

Всероссийская олимпиада школьников 2020-2021 учебный год  
Школьный этап. Математика, 8 класс, задания  
Время выполнения 90 мин. Максимальное кол-во баллов – 35  
**Вариант 1. Все задания по 7 баллов.**

*Все решения должны быть полными и обоснованными.*

75 1. Вася написал в каждой вершине треугольника натуральное число, потом заменил каждое число на сумму двух соседних по сторонам чисел, и проделал эту операцию еще 6 раз. Потом он сложил три полученных числа. Сумма оказалась равной 640. Какие числа могли быть написаны вначале? *122*

75 2. Банковская карта имеет пинкод, представляющий собой наибольшее четырехзначное число, в записи которого есть цифра 7, все цифры различны и которое делится на 3, 4, 5, 11. Найдите пинкод карты. *7920*

75 3. Светлые эльфы всегда говорят правду, темные эльфы всегда лгут. На каждой клетке шахматной доски  $5 \times 5$  стоит один эльф. Каждый эльф сказал: «В соседних по стороне клетках поровну светлых и темных эльфов». Сколько среди эльфов может быть светлых, и где они стоят, если известно положение одного эльфа? (Буквой С обозначен светлый эльф.) *их может быть или 4 или 8 и те или же все белые или все черные*

	С			

05 4. Можно ли разбить квадрат со стороной 1 на 9 прямоугольников с периметром 2? Если нет – докажите, если да – приведите разбиение и укажите длины сторон прямоугольников.

05 5. По кругу расставили 200 различных натуральных чисел, причем абсолютная величина разности любых соседних чисел равна 2 или 3. Какова наибольшая возможная разность между двумя числами? *297*

1) при каждой такой операции сумма возрастает в 2 раза это легко доказать:

возьмем вместо чисел  $x, y$  и  $z$  следующее будет  $y \begin{matrix} x \\ \Delta \\ z \end{matrix}$   $x+y+z$   
то есть  $x+x+y+y+z+z = (x+y+z) \cdot 2 \Rightarrow 640 = \text{начальная сумма} \cdot 2^7$

Начальная сумма 5  
как пример могут быть числа 1; 2; 2

2) признак делимости на 5 – сумма всех цифр числа должна быть кратна 5  
на 5 – число должно оканчиваться на 5 или 0, но 5 нельзя т.к. оно делится на 5 и на 4, а если на конце 5 то число не чет, на 4 делится каждое второе четное

~~на 11 – первая и третья цифра должны в сумме давать второе четное~~  
на 11 – первая и третья цифра должны в сумме давать второе четное

последняя цифра 0, первая и третья должны в сумме давать второе четное и есть цифра 7

т.к. нужно наибольшее то первая цифра должна быть макс. большая 9, 8 не подходит т.к. если с третьей добавить второе, а это 9 и 0 или 3 и 1 или 8 и 0, но тогда 7 не будет в числе тогда 1 цифра 7 надо найти вторую и одну начать с самого большого 9 так что первая цифра 9, вторая цифра 7, третья цифра 0

получается 7920, оно

делится на 3 т.к. сумма цифр

18, на 4 ок. 20, на 5 (оканчи

вается на 0) и 11, также есть 7 в шаше

T-темные С-светлые

3) по краям стоят только T т.к. чтобы ~~было~~ было по ровной доске чтобы четное кол-во соседней <sup>Тис</sup> клеток у крайних клеток кроме угловых. у угловых соседей только T, то углы тоже T

T	T	T	T	T
T	C	C	T	T
T	C	C	T	T
T	T	T	T	T
T	T	T	T	T

T	T	T	T	T
T	C	C	C	T
T	C	T	C	T
T	C	C	C	T
T	T	T	T	T

также нам известно положение одного C, чтобы у него было по ровной ставим еще 2 C, чтобы у них тоже было по ровной есть два варианта или 1T по середине или 2T по бокам дальше по аналогии выставляем остальные клетки и получается 2 варианта где TC и где CT

Всероссийская олимпиада школьников 2020-2021 учебный год  
Школьный этап. Математика, 9 класс, задания  
Время выполнения 90 мин. Максимальное кол-во баллов – 35  
**Вариант 1. Все задания по 7 баллов.**

*Все решения должны быть полными и обоснованными.*

- 1. Буквы слова «ДОМОВОД» красят в красный, зелёный и синий цвета так, что в разные цвета раскрашены одинаковые буквы, а также буквы, стоящие рядом. Сколькими способами можно это сделать? 66.
- 2. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ$ . На стороне  $AC$  отметили точку  $D$  так, что  $BA + AD = 18$ , а  $\angle DBC = 75^\circ$ . Найдите  $CD$ . 28.
- 3. Вася задумал натуральное число  $n$  и высказал три утверждения:
  - 1)  $n$  – четное число;
  - 2)  $n < 198$ ;
  - 3) уравнение  $x^2 + 28x + n = 0$  имеет хотя бы один корень.
 Известно, что из трех этих утверждений ровно два верных. Какое наибольшее число мог задумать Вася? 76.
- 4. Четверо мальчиков собирали шишки, никакие два мальчика не собрали поровну шишек, и каждый собрал меньше 26% от суммарного количества собранных шишек. Какое наименьшее количество шишек могли собрать мальчики? 88.
- 5. Дачница Нина вырастила на огороде 45 тыкв. Их массы равны 1 кг, 2 кг, ..., 45 кг. Могла ли Нина дать по 15 тыкв соседкам Гале и Лене так, чтобы было выполнено условие: какие бы две свои тыквы ни положили на одну чашу весов Галя и Лена (по одной каждая), Нина сможет положить на другую чашу весов одну или две свои тыквы так, чтобы весы уравнились? 58

3) ив. уравн.  $a=1$   $b=28$   $c=n$   
чтобы 1 корень  $-D=0$     чтобы 2-  $D>0$

$$D = 28^2 - 4n$$

$$D = 784 - 4n$$

чтобы 1 или 2 корня

$$784 - 4n \geq 0$$

$$196 - n \geq 0$$

$\Rightarrow$  что если выполняется условие 3, то выполн и усл. 2  
3-й част.  $n \in (196; 198)$

не тогда не выполняется и 1

$\Rightarrow$  что единств. возможный случай  $2+3$

наиб. чет. число  $196 \geq n$   $n=195$   
и  $n$ -натурал!

Ответ:  $n$  (наибол)  $= 195$



① сначала расш. буквы. О есть 6 вариантов.  
6б. (3.2.1)

для каждого варианта расшрасси букв О  
есть по 3 варианта расшрасси букв Д  
буквы и ч в ирается ед. способом  
т.е. стоят между С (звуча разные)

$$\Rightarrow 6 \cdot 3 = 18 \text{ вариантов}$$

Ответ: 18 вариантов

② нужно найти два наим. разрыв (подвижки общего числа  
путешествия это были числа  
54 53  
50 51 в сумме 208 (подвижки общего числа  
и. = общее количество  
при этом  $\neq \frac{1}{2}$  поездки)  
т.е. не поворачивать)  
 $51 = 25,96\%$   
от 208  
Это лучший из достижимых  
результатов

Ответ: наим. разрыв  
= 208 м.т.



5)

Да, может. Она должна брать себе каждое 3 число.

например

Г	И	А
1	3	2
4	6	5
7	9	8
10	12	11

(большие числа ост из 2)

теперь ост. Гали при дел на 3 = 1  
ост Алены при дел на 3 = 2

⇒ любая их сумма кратна 3  
а все числа, что дел. на 3 и кичны  
(из каждой 3 ~~большее~~ число)  
, дел на 3

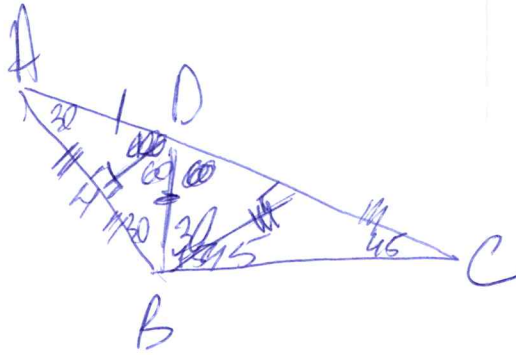
числа (3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24;  
шны: 24; 30; 33; 36; 39; 42;

Ответ: да 45.  
58.





②



28.

DH - bisector

$$AB + AD = 18$$

$$\Rightarrow DH + HB = 9 \quad (\text{кат. угл. } 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ гип.})$$

и угловая = бисек = бисек.

$$CD = \frac{1}{2} DB + \frac{1}{2} AB = 9 \text{ см.}$$

Ответ: CD = 9 см.

